De zwaartekracht

Isaac Newton

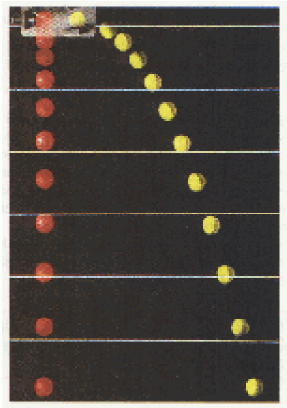
Herinner u:

* Definitie: “Kracht” = oorzaak van versnelling (of vervorming, wat op mikroskopisch nivo op hetzelfde neerkomt).
* Wet van Newton: hoe zwaarder iets is, hoe moeilijker het te versnellen is:

  $\vec{F} = m\vec{a}$

  (Kracht = massa maal versnelling; eenheid: Newton: 1 N = 1 kg.m/s^2)

Experimentele vaststellingen:



* Als ik iets loslaat, valt het naar beneden, richting middelpunt van de aarde (schietlood).
* Een pluim valt blijkbaar trager dan een steen, maar als ik beide laat vallen onder een luchtledig gezogen stolp, vallen ze even snel.
* Als we nauwkeurig deze valbeweging in het luchtledige bestuderen (bv. met stroboskopisch belichte foto’s), zien we dat ze eenparig versneld verloopt, d.w.z., per tijdseenheid komt er eenzelfde snelheidsvergroting, of met andere woorden: de versnelling heeft een vaste waarde.

Besluit:

We kunnen hieruit besluiten (zoals Isaac Newton (1642-1727)) dat er een aantrekkende kracht werkzaam moet zijn op elk voorwerp, die “veroorzaakt” wordt door de aarde. We noemen ze de “zwaartekracht” of “gravitatiekracht”, en de daardoor veroorzaakte versnelling de “valversnelling”, gewoonlijk genoteerd als “g”. Deze kracht heeft blijkbaar geen materie nodig om zich “voort te planten” (laat zich op afstand voelen, ook door het luchtledige), en wordt daarom een “veldkracht” genoemd. De grootte van de valversnelling wordt dan ook “zwaarteveldsterkte” genoemd.

De kracht waarmee een voorwerp met massa m aangetrokken wordt tot de aarde, die we dus nu kunnen noteren als:

$$\vec{F}_z = m\vec{g}$$

noemen we het “gewicht” van dat voorwerp.

Opmerkingen:

* We kunnen dus ook zeggen:

  $\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m}$, en dus ook g uitdrukken in N/kg.

* Deze definitie is degene die meestal gebruikt wordt (zie bv.: Penguin Dictionary of Physics, of ook: “Natuurkunde - deel 1” van D. Giancoli, Pearson 2008).

  Er is ook een andere die zegt dat het gewicht van een voorwerp “de kracht is die het voorwerp op zijn steun- of ophangpunt uitoefent”. Volgens de tweede definitie is een vallend voorwerp “gewichtloos”, terwijl het volgens de eerste “schijnbaar gewichtloos” is.

Doordenkertje:

? Als de aarde aan alles trekt, waarom valt de maan dan niet op de aarde?

Voorbeelden:

Op aarde heeft deze g een waarde van ongeveer 9.81 m/s² (of 9.81 N/kg als je wil). Dat wil zeggen dat...

... als je iets laat vallen, het na 1s een snelheid zal hebben van 9.81m/s, na 2s 19.62m/s enz. (tenminste in het luchtledige);

... iemand met een massa van 70kg op aarde 70•9.81=686.7N zal wegen.

Bereken ook eens je eigen gewicht!

Doordenkertje:

? Wat meten we met een balans? en met een gewone personenweegschaal? (massa of gewicht)

Grote probleemstelling: Vanwaar deze "9.81"?

Je hebt zeker al filmbeelden gezien van astronauten die op de maan rondhuppelen en die daar blijkbaar veel lichter wegen. De waarde van g zal dus wel afhangen van het hemellichaam waarop we ons bevinden.

We kunnen hierover gaan redeneren:

* Als de materie van de aarde aan ons trekt, dan is er eigenlijk geen enkele reden te bedenken waarom ook wij zelf niet aan de aarde zouden trekken, we zijn tenslotte ook maar gemaakt uit stof en as. Als dus de grootte van de aantrekkingskracht F_z evenredig is met onze massa (m), moet ze ook evenredig zijn ($\propto$) met de massa van de aarde (die we als M zullen noteren):

$$F_z \propto m$$

$$F_z \propto M$$

Dus ook:

$$F_z \propto mM$$

Dit noemt men een "redenering uit symmetrie- of schoonheidsoverweging"; zeer belangrijk in de ontwikkeling van wetenschappelijke theorieën.

* Ten tweede is het ondenkbaar dat de zwaartekracht van een voorwerp zich met gelijkblijvende sterkte zou uitstrekken tot op oneindige afstand, want dan zouden we bv. sterker aangetrokken worden door de zon dan door de aarde! Om te beredeneren op welke manier de zwaartekracht afneemt met de afstand, kunnen we de volgende vergelijking maken: als je een (perfekt ronde) lamp laat branden, met daarrond zo een bolvormige Chinese kap van rijstpapier, je weet wel, dan valt op elk stukje van het papier eenzelfde hoeveelheid licht, want het vliegt gelijkmatig in alle richtingen. Als we nu de bolkap twee maal zo groot maken, zal het licht zich niet verdelen op een twee maal, maar op een vier maal zo grote oppervlakte (herinner u de formule voor de oppervlakte van een bol: $A=4\pi r^2$ met r de straal, de afstand tot het middelpunt dus). Op elke vierkante centimeter van de tweede bol zal dus maar 1/4 van de lichtenergie vallen van de energie die op een cm² van de eerste bol valt. De lichtintensiteit rond de lamp moet dus afnemen met het kwadraat van de afstand. Merk op dat dit eigenlijk een uiting is van de wet van behoud van energie: er gaat geen energie verloren, ze verspreidt zich alleen maar.

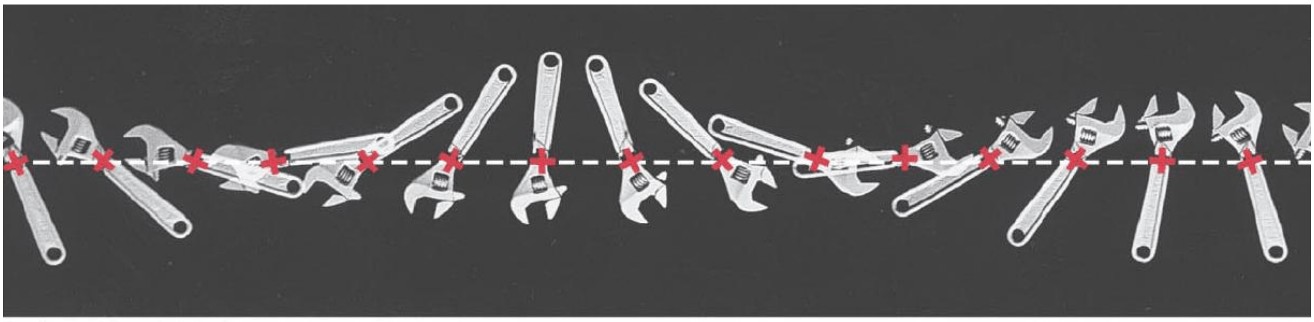
Aangezien nu de zwaartekracht eigenlijk ook een bron van energie is (immers: als we iets loslaten, krijgt het bewegingsenergie dank zij de aantrekkingskracht), ligt het voor de hand te veronderstellen dat deze kracht zich op dezelfde manier als licht zal "uitspreiden", namelijk omgekeerd evenredig met de afstand. Uit vele metingen is inderdaad gebleken dat dit zo is. We mogen dus stellen:

$$F_z \propto \frac{1}{r^2}$$

Of dus, samen met de vorige evenredigheden:

!! $$F_z \propto \frac{mM}{r^2}$$

Er zit nog één addertje onder het gras bij deze formule: wat bedoelen we juist met "de afstand r" tussen twee voorwerpen? Is het de kortste afstand tussen hun buitenkanten? Is het de afstand tussen hun middelpunten?
Men kan wiskundig bewijzen dat het de afstand moet zijn tussen de zgn. "zwaartepunten" van de voorwerpen. Het zwaartepunt is dat punt waarop je een voorwerp zou kunnen ophangen zodat het in onverschillig evenwicht hangt (bv. het midden van een wiel dat goed uitgelijnd is). Dat is tevens het punt waarrond het voorwerp zal draaien als het het omhoog smijt (als je een Engelse sleutel omhoog gooit, zal je zien dat hij cirkelt rond een punt aan het begin van de steel, dicht bij het grijpstuk, zie foto hieronder). Bij symmetrische voorwerpen met een homogene massaverdeling is het gewoon het midden. Voor de berekening van de aantrekkingskracht tussen een mens en de aarde mogen we dus de afstand tussen het centrum van de aarde en ongeveer de navel van de mens gebruiken.



!! Met andere woorden: het zwaartepunt van een voorwerp is het "aangrijpingspunt" van de zwaartekracht, en de richting ervan is de verbindingslijn tussen de twee zwaartepunten van de aantrekkende voorwerpen.

Oefening:
Hiermee hebben we voldoende informatie om bv. eens te berekenen hoeveel minder de zwaartekracht is in het ruimteveer is dat op ongeveer 300km boven de aarde vliegt.
Met de voeten op de grond sta je op 6371km van het midden van de aarde. De astronaut bevindt zich eigenlijk slechts ongeveer 5% verder van dat middelpunt, wat betekent dat de aantrekkingskracht daar ongeveer 10% minder is (reken dit na!).

Doordenkertjes:
? Hoe komt het dan in godsnaam dat de astronaut schijnbaar in "gewichtloze toestand" is?
? Wanneer ben je dan "echt" gewichtloos?

Op andere planeten...

Nu we weten hoe de zwaartekracht afhangt van de massa's van de aantrekkende voorwerpen en de onderlinge afstand, kunnen we ook de g-waarden op andere planeten berekenen... als we hun massa en straal kennen tenminste. De g-waarde is immers de aantrekkingskracht aan de oppervlakte van de planeet (d.w.z. als r moeten we de straal van de planeet gebruiken), gedeeld door de massa van het aangetrokken voorwerp. Op een planeet met dezelfde straal als de aarde, maar met het dubbel van de massa, zal g dus 2x zo groot zijn, en zal men zich dus 2x zo zwaar voelen (let wel: iemands gewicht is er 2x groter, niet zijn massa, want die blijft overal gelijk). Op een planeet met dubbele straal, zelfde massa, zal g dus 4x minder zijn.

? Als je weet dat de straal van de maan r_{maan} = 1738km, en de aarde 81.3x zo zwaar is als de maan. Hoeveel maal minder weeg je dan op de maan?

Massa van een planeet

Je hebt je misschien al afgevraagd: hoe kunnen we nu ooit weten wat de massa van een planeet is? We kunnen ze moeilijk op een weegschaal leggen!

De oplossing ligt in dat ene detail dat we nog niet weten van de zwaartekracht: we weten nu al wel waarmee ze evenredig is, maar de evenredigheidsfaktor, die we als "G" zullen noteren, kennen we nog niet. Als we die kennen, kunnen we immers uit de meting van F_z, m en r ook M afleiden.

Sir Henry Cavendish (1731-1810) was de eerste die met zeer gevoelige apparatuur (torsiebalans) de aantrekkingskracht tussen twee zware metalen bollen mat, en aldus een waarde berekende voor G, waardoor onze formule voor de zwaartekracht volledig werd:

$$F_z = G\frac{mM}{r^2}$$

of meer algemeen uitgedrukt:

$$F_z = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

met m_1 en m_2 twee willekeurige massa's en r de afstand tussen hun zwaartepunten,

en $G \approx 6.6732 \cdot 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$

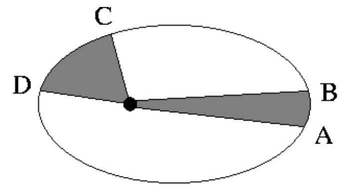
Dit is de zgn. "gravitatiewet" van Isaac Newton (1643-1727), met G de zgn. "gravitatiekonstante" (of: konstante van Cavendish), één van de fundamentele getallen van de natuur. (Opm.: i.p.v. G wordt soms ook de Griekse letter gamma (γ) gebruikt.)

? Dit wetende... Hoe zwaar is de aarde?

Verband met de wetten van Kepler

Een eeuw voor Newton had Johannes Kepler (1571-1630), met behulp van de waarnemingen van zijn leermeester Tycho Brahe (1546-1601), de bewegingen van de planeten weten samen te vatten in 3 “wetten”:

1) Alle planeten bewegen in een ellipsvormige baan met de zon in een van de brandpunten.
2) De “perkenwet”: naarmate een planeet dichter bij de zon komt, gaat ze sneller bewegen, en wel zodanig dat de voerstraal (lijn tussen planeet en zon) op eenzelfde tijd eenzelfde oppervlakte (“perk”) bestrijkt. Op de tekening hiernaast hebben de perken zon-A-B en zon-C-D dezelfde oppervlakte en worden ze in eenzelfde tijdspanne doorlopen.



3) Het kwadraat van de omlooptijd T van een planeet is (in zeer goede benadering) evenredig met de derde macht van haar gemiddelde afstand r tot de zon; d.w.z. T^2/r^3 is gelijk voor alle planeten.

Met behulp van integraalrekening kan men aantonen dat deze 3 wetten volgen uit Newtons wet. Deze laatste verdient wel een hogere ereplaats in het natuurwettenpatrimonium omdat ze alle waarnemingen bondiger samenvat in een elegante formule die gemakkelijker toepasbaar is in andere situaties.

Nog steeds niet achterhaald?

Hoewel Albert Einstein (1879 - 1955) de gravitatiewet later heeft uitgebreid voor voorwerpen met zeer grote snelheden en massa’s, wordt ze nog steeds veel gebruikt voor “normalere” omstandigheden. De Apollo-reizen naar de maan waren mogelijk dank zij de kennis van deze wet. Voor modernere technische verwezenlijkingen die een zeer grote precisie vereisen, bv. satellietnavigatiesystemen (gps), dient men rekening te houden met de verbeteringen die Einstein heeft aangebracht met zijn relativiteitstheorie.

Opmerking: invloed van de draaiing van de aarde

Vermits de aarde rond haar as draait, worden we als het ware een beetje “weggeslingerd”. Hoeveel zullen we daardoor schijnbaar lichter wegen dan als de aarde zou stilstaan?

Laat ons eerst even op de noordpool op de weegschaal gaan staan; daar worden we niet weggeslingerd, en zal ons gemeten gewicht dus gewoon $F_z=mg$ zijn, tevens gelijk aan de normaalkracht op de veer van de weegschaal (F_w), vermits er geen andere vertikale kracht op ons inwerkt, en we geen vertikale versnelling ondergaan.

Als we echter naar de evenaar gaan, draaien we in een cirkel met de straal van de aarde (r_A). Dat wil zeggen dat we rondvliegen met een middelpuntzoekende versnelling $r_A\omega^2$, met ω onze hoeksnelheid, namelijk 2π radialen per (siderische) dag (= 23h, 56min. en 4.09s).

Vermits F=ma, met F de resultante van de krachten die op ons werken, namelijk F_z (naar het centrum van de aarde gericht) en F_w (weg van het centrum gericht), krijgen we dus:

$$mg - F_w = mr_A\omega^2 \Rightarrow F_w = m(g - r_A\omega^2)$$

Vullen we hierin in:

- de gemeten g op de polen: 9.832m/s²;
- de straal van de aarde aan de polen: 6356752m;
- de hoeksnelheid $2\pi/86164.09$ rad/s,

dan krijgen we:

$$F_w = m(9.832 - 0.03380) \approx m \cdot 9.798$$

Op de evenaar zou men zich dus ongeveer 0.3% lichter moeten voelen dan op de polen, dankzij de rotatie van de aarde.

In werkelijkheid meten we op de evenaar een (schijnbare) g-waarde van 9.780, dus ongeveer 0.5% minder dan op de polen.

? Hoe kunnen we dat verklaren?

Nog enkele diepe doordenkers voor de fijnproevers:

? Waarom zien we steeds dezelfde kant van de maan?

? Uit parallaxmetingen (zoek op) weten we dat wij gemiddeld op een gemiddelde afstand van 149597871km van de zon vliegen, en dat een jaar 365.2422 dagen duurt. Als we even voor de eenvoud veronderstellen dat we in een cirkel rond de zon vliegen,... hoe zwaar is dan de zon?

? Een zgn. “geostationnaire” satelliet draait even snel als de aarde om zodoende schijnbaar “stil” te “hangen” boven één plaats. Dit kan slechts als ze op een welbepaalde hoogte vliegt. Welke?

? Hoe kan een voorwerp nu eigenlijk de aantrekking van een ander voorwerp “voelen”, zonder “koordje” ertussen?

Potentiële energie

We kunnen nu ook de formule voor de potentiële energie van een massa m op hoogte h (E_{pot}=mgh), die gold in de buurt van het aardoppervlak, uitbreiden voor grotere afstanden van de aarde. E_{pot} was gedefinieerd als de arbeid W om vanaf een zekere referentiehoogte (bv. het aardoppervlak) tot hoogte h tegen de zwaartekracht in te gaan. Als we echter te ver weggaan van de aarde, verandert de grootte van de kracht, en moeten we de arbeid berekenen met een integraal:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr = GMm\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = GMm(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$$

(Waarbij we dus een massa m in het zwaarteveld van de aarde met massa M verplaatsen van een punt op afstand r_1 van het aardcentrum tot een punt op afstand r_2 daarvan.)

Als we het eerste punt als referentiepunt kiezen op oneindige afstand, bekomen we aldus:

$$E_{pot} = -G\frac{Mm}{r}$$

Dit stelt dus de (natuurlijk negatieve) “winst” aan potentiële energie voor die de massa m krijgt door vanuit “oneindig ver” tot op een afstand r te vallen. Teken als oefening een grafiek van E_{pot} versus r. (Opmerking: strikt genomen betekent r hier de afstand tussen het zwaartepunt van de aarde en dat vat het voorwerp dat we verplaatsen, maar dat zal meestal op hetzelfde neerkomen.)

Wil men omgekeerd de energie berekenen om te “ontsnappen” aan het zwaarteveld, dan moet men de punten en dus ook het teken verwisselen.

? Bereken daarmee, als oefening, de minimaal benodigde snelheid om vanaf het aardoppervlak te ontsnappen naar de ruimte (zonder dus in een baan gevangen te blijven).

Wie meer wil weten...

kan bv. starten bij "http://nl.wikipedia.org/wiki/Zwaartekracht", en verder bv. de volgende zoektermen intikken op www.google.be:

zwaartekracht/gravitation, zwaartepunt/center of inertia, zwaarteveldsterkte, Newton, motion photography, stroboscopic photo, Cavendish, Kepler, Copernicus, Tycho Brahe,...

Antwoorden op de doordenkertjes:

Waarom valt de maan niet?
Wel,... de maan valt wel! Alleen heeft hij ook nog een beginsnelheid die niet naar de aarde gericht is, en die praktisch niet afgeremd wordt. Vandaar dat de maan dus telkens de aarde "mist" en nog vele miljoenen jaren zal blijven vallen. Vergelijk het met een steen die je met zeer grote kracht zou wegsmijten, hij zou zo ver vliegen dat hij achter de aarde zou vallen. Als je de maan even zou kunnen "stilhouden" en dan loslaten, zou hij gewoon op de aarde neerstorten.

Wat meten we met een balans/weegschaal?
Bij een balans wordt het gewicht van een voorwerp vergeleken met dat van een voorwerp met gekende massa. Evenwicht treedt op als beide gewichten en dus ook beide massa's gelijk zijn. Je kan er dus massa's mee bepalen op gelijk welke planeet.
Bij een weegschaal wordt een veer ingedrukt evenredig met het gewicht van het voorwerp dat erop ligt (wet van Hooke). Het resultaat wordt wel aangegeven in kilo's, omdat een zeker gewicht op aarde met een zekere massa overeenkomt, maar op een andere planeet zou de weegschaal een verkeerde massa aangeven, weliswaar vertaalbaar naar het juiste gewicht door te vermenigvuldigen met 9.81. Je kan er dus overal gewichten, maar geen massa's mee meten.

Waarom is de astronaut "gewichtloos"?
Eigenlijk is hij niet gewichtloos, maar hij lijkt het wel, omdat hij aan het vallen is en een beginsnelheid heeft evenwijdig met het aardoppervlak, juist zoals de maan.
Je kan dit gemakkelijk vatten met het volgende gedachtenexperiment: stel dat je in een lift zit, en de kabel breekt. De bodem van de lift zou dan even snel vallen als jezelf, en dus niet meer tegen je voeten drukken, en het zou lijken of je zweeft (tot je neerkomt natuurlijk). Voor de training van astronauten doet men trouwens zoiets: men brengt ze in een vliegtuig tot een grote hoogte en laat dan het vliegtuig enkele minuten "vallen", wat voor de passagiers juist hetzelfde gevoel geeft alsof ze in het ruimteveer zouden zitten.

Wanneer ben je "echt" gewichtloos?
In principe alleen maar als je oneindig ver verwijderd zou zijn van alle andere materie. Door gewoon buiten ons zonnestelsel gaan, zou je ook al in de buurt komen. Of door naar een punt te gaan waar meerdere hemellichamen langs verschillende kanten even sterk aan je trekken...

Je gewicht op de maan?
Een massa 81.3x kleiner dan de aardse heeft 81.3x minder aantrekkingskracht, maar je staat niet op 6371 maar op 1738km van het middelpunt, d.w.z. 3.666x zo dicht, waardoor je toch $3.666^2 \approx 13.44$x sterker wordt aangetrokken. Het nettoresultaat is dus dat $g_{maan} \approx 13.44/81.3 g_{aarde} \approx 0.165 g_{aarde} \approx 1/6 g_{aarde}$. Je zal dus ongeveer 6x minder wegen.

Hoe zwaar is de aarde?
Uit de gravitatiewet weten we:

$$g = \frac{F_z}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

met g, M en r resp. de valversnelling, massa en de straal van de aard vandaar:

$$M = \frac{gr^2}{G} \approx \frac{9.81 \cdot (6371 \cdot 10^3)^2}{6.6732 \cdot 10^{-11}} \approx 5.98 \cdot 10^{24}\,kg$$

Waarom is g kleiner dan verwacht aan de evenaar?
De aardrotatie geeft geen voldoende verklaring voor het verschil $g_{evenaar} - g_{pool}$. Aangezien g verder slechts afhangt van de massa van de aarde en de afstand tot het middelpunt, kan dat alleen betekenen dat we aan de polen iets dichter bij het middelpunt zitten, m.a.w. dat de aarde een beetje afgeplat is. Hoe kan dat? Heeft er iemand op geklopt? De enige zinnige uitleg die dit verklaart, is dat de aarde eigenlijk een beetje “vloeibaar” is (of vroeger was), en dat door de draaiing die vloeistof een beetje naar de evenaar geslingerd wordt. Uit geologische studies weten we nu inderdaad dat een groot deel van het inwendige van de aarde nog altijd een hete stroperige massa is. Tussen haakjes: zelfs een “vaste” stof heeft nog een zekere viskositeit.

Waarom zien we steeds dezelfde kant van de maan?
Dat was een moeilijke! Het waarschijnlijke antwoord is dat de helft die we zien, zwaarder is dan de achterkant, en dus meer aangetrokken wordt door de aarde. (Vergelijk dit met de eendjes op de kermis die steeds met de zware kant naar beneden dobberen.) Mogelijks is er ooit in de begintijd van de maan een zware meteoriet ingeslagen, en vermits de maan kleiner is en dus sneller afgekoeld is dan de aarde, is hij vanbinnen niet meer stroperig en is dat brokstuk dus niet naar het midden kunnen zakken.

Hoe zwaar is de zon?
Onze afstand tot de zon is zodanig dat onze middelpuntzoekende versnelling gelijk is aan de versnelling veroorzaakt door de gravitatiekracht van de zon:

$$G\frac{m_Z}{r^2} = r\omega^2 = r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Haal hieruit m_Z:

$$m_Z = \frac{r^3}{G}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \approx \frac{(149597871 \cdot 10^3)^3 \cdot 4\pi^2}{6.6732 \cdot 10^{-11} \cdot (365.2422 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2} \approx 1.9889 \cdot 10^{30}\,kg$$

en vul alle getallen in (T = 1 jaar, r = afstand aarde-zon; let op de eenheden!).
Bemerk hier de verschijning van de verhouding r^3/T^2 van de derde wet van Kepler!

Hoe hoog vliegt een geostationnaire satelliet?
Als men een satelliet boven een plaats wil laten “stilhangen”, moet ze dus de aardrotatie volgen.
De oplossing dus is gelijkaardig met de vorige, maar dan met de reeds bekende massa van de aarde m_A, en r de afstand van het middelpunt van de aarde tot de satelliet, en T = 1 (siderische) dag.

$$r = \sqrt[3]{Gm_A\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} \approx \sqrt[3]{6.6732\cdot 10^{-11}\cdot 5.98\cdot 10^{24}\cdot\left(\frac{86164.09}{2\pi}\right)^2} \approx 42.18\cdot 10^6 m$$

Trekken we daar de straal van de aarde af, dan krijgen we een hoogte van bijna 36000km.

Hoe "voelt" een voorwerp de zwaartekracht?
Hier zit nog stof voor een nobelprijs! Er zijn wel ingewikkelde theorieën over "graviton-deeltjes" die de zwaartekracht zouden overbrengen, of de theorie van Einstein die zegt dat de zwaartekracht eigenlijk een "kromming van de ruimte-tijd" is, maar het fijne weten we er toch nog niet van.

Ontsnappingssnelheid
We moeten hier gewoon het verschil in potentiële energie gelijkstellen aan de bij de lancering gegeven kinetische energie:

$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{Mm}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Als we vertrekken van het aardoppervlak, is r=6371km (straal aarde), en verkrijgen we v≈11.2 km/s. Vanop de maan is de ontsnappingssnelheid veel kleiner, vandaar dat de kleine motoren van Apollo-maanlander volstonden om terug te keren naar de aarde.

Koen Van de moortel - www.astrovdm.com/schoolinfo.htm - laatste bijwerking 20100206